Karl Schmitt

Kgl. Halle 1909.

Die innere Reibung von Luft und Helium bei tiefen Temperaturen.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

hohen philosophischen Fakultät

der

Vereinigten Friedrichs-Universität
Halle-Wittenberg

ACAD. LANDBAT. BIBL.

vorgelegt von

Karl Schmitt

aus **St. Wendel** in der Rheinprovinz.

Halle a. S.
Buchdruckerei von Martin Kandler
1909.

Referent: **Geh. Regierungsrat Prof. Dr. E. Dorn.**

Meinen lieben Eltern.

Inhalt.

	Seite
Einleitung	5—6
Die Darstellung des Heliums	6—9
Der Apparat und die Versuchsmethode	10—14
Berechnung der Versuche	15—21
Versuche mit atmosphärischer Luft	21—25
Versuche mit Helium	25—29
Resultate	30

Einleitung.

Zur Untersuchung der inneren Reibung von Gasen hat man sich zweier verschiedener Methoden bedient. Nach der ersten, der Coulombschen, bestimmt man den Reibungskoeffizienten η aus dem logarithmischen Dekrement der Schwingungen horizontaler Scheiben oder Zylinder, nach der Transpirationsmethode berechnet man η aus der Zeit, welche ein bestimmtes Volumen des Gases nötig hat, um durch eine Kapillare zu strömen. Die bis jetzt vorliegenden Untersuchungen über die Veränderung des Koeffizienten der inneren Reibung bei einer Veränderung der Temperatur, von denen eine ganze Reihe aus dem physikalischen Institute der Universität Halle hervorgegangen ist, halten sich fast alle innerhalb der Temperaturgrenzen 0^0 bis 300^0. Nun ist es interessant, die Grenzen noch nach unten zu erweitern und das um so mehr, als die Kenntnis des Reibungskoeffizienten für die Molekulardynamik der Gase nicht ohne Bedeutung ist.

Ueber den inneren Reibungskoeffizienten der Luft bei niedriger Temperatur liegt bereits eine Untersuchung von Silvio Chella[1]) aus dem Jahre 1906 vor. Er bediente sich der Schwingungsmethode, setzte aber an die Stelle der Scheibe einen Hohlzylinder mit sehr dünnen Wänden, den er zwischen zwei dünnen, mit ihm konaxialen Zylindern schwingen liess.

1) Il Nuovo Cimento, Serie 5, 12. p. 317 ff.

Das System war samt der bifilaren Aufhängung in einen Behälter mit Luft eingeschlossen; die Richtkraft für die Schwingungen gab ein Magnet, der zugleich die Ingangsetzung des Versuches ermöglichte. Durch die Anwendung und Anordnung der Zylinder glaubte Chella einige Fehlerquellen beseitigt zu haben, vor allem diejenige, welche von dem Vorhandensein der Ränder der Scheiben herrührte. Die Temperaturen, deren er sich bediente, liegen zwischen $+ 21^0$ und $- 145^0$.

Auf Anregung und mit gütiger Unterstützung des Herrn Geh. Regierungsrates Prof. Dr. E. Dorn unternahm ich es nun, die von Chella mit Hilfe der abgeänderten Schwingungsmethode gefundenen Werte für den Reibungskoeffizienten von Luft durch die Transpirationsmethode nachzuprüfen und für Helium die innere Reibung bei tiefen Temperaturen zu untersuchen.

Die Darstellung des Heliums.

Die Gewinnung des Heliums geschah in Gemeinschaft mit den Herren Lonius und Kopsch nach einer Methode, die sich im Laufe der Zeit im hiesigen physikalischen Institute herausgebildet hat. Eine genaue Beschreibung haben H. Schultze[1]) und F. Schierloh[2]) gegeben.

Ein nahtloses Eisenrohr von 90 cm Länge und 3,5 cm Weite wurde mit feinem Monazitsande gefüllt, der dann durch

1) Ann. d. Physik, 6 (1901). p. 303.
2) Hallenser Diss. 1908.

Auspumpen mit einer Quecksilberluftpumpe getrocknet wurde. Das Rohr befand sich in einem grossen Verbrennungsofen, der angezündet wurde, sobald im ganzen Systeme Vakuum herrschte. Zum Auffangen des Gases dienten Gasometer aus Glas, die mit abgekochtem, destilliertem Wasser gefüllt waren. Auf dem Wege dahin musste das Gas über Natronkalk und Phosphorpentoxyd, wodurch es von Kohlensäure und Feuchtigkeit befreit wurde, dann über Bleichromat, um die Kohlenwasserstoffe zu absorbieren, und über Kupfer und Kupferoxyd, wodurch Sauerstoff und Wasserstoff entfernt werden sollten.

Nach 1½ stündigem Glühen hörte die Gasentwickelung auf. Der Gasgewinn aus einer Füllung betrug ungefähr 500 ccm Rohhelium, welches nunmehr einer Reinigung unterworfen wurde.

Reinigung des Heliums.

Um das Gas von den Beimischungen zu befreien, wurde es über die sogenannte Maquennesche Mischung geleitet, die aus 1 Teil Magnesiumpulver und 5 Teilen frisch geglühten Kalkes besteht. Die Mischung wurde in ein aus Glas und Gummiverbindungen bestehendes System eingeführt und, nachdem dieses durch Stehnlassen im Vakuum über Nacht auf Dichtigkeit geprüft war, durch 5- bis 6stündiges Glühen entgast. Im Systeme befanden sich ferner ein U-Rohr mit konzentrierter Schwefelsäure und erbsengrossen ausgeglühten Bimsteinstücken, um NH_3 aufzunehmen und den Gang des Gases beobachten zu können, ein Rohr mit Natronkalk und

Phosphorpentoxyd, ein Verbrennungsrohr mit Kupfer und Kupferoxyd und noch ein zweites Trockenrohr mit Natronkalk und Phosphorpentoxyd.

Durch Einfügung einer Brücke mit 4 Hähnen war es möglich, das Helium immer in derselben Richtung durch das System zu drücken. Dies geschah so oft, bis die spektralanalytische Untersuchung bei 5 bis 10 mm Druck ausser Argon keine Verunreinigung mehr zeigte. Da die Maquennesche Mischung schnell erschöpft ist, muss sie mehrmals erneuert werden, wenn die Reinigung einen guten Erfolg haben soll.

Durch das eben beschriebene Verfahren ging das ursprünglich vorhandene Gas auf den vierten Teil seines Volumens zurück. Untersuchungen, die im hiesigen Institute [1]) angestellt worden sind, lehrten, dass das Gas jetzt noch durch ungefähr $^1/_2$ % Argon verunreinigt ist. Dieses wurde durch Adsorption in Kohle bei der Temperatur der flüssigen Luft beseitigt. Zur Verwendung kam Kokosnusskohle in einem U-Rohr, welches zwischen zwei Pipetten nach Salet eingeblasen war (Fig. 1). Die Kohle war frisch geglüht und wurde dann noch in diesem Systeme mit Hilfe eines elektrischen Ofens 15 Stunden lang auf 500° erhitzt; die sich entwickelnden Gase sind durch Abpumpen mit einer Sprengelschen Luftpumpe entfernt worden. Zur Ablesung der Temperatur im elektrischen Ofen diente ein Thermometer aus Borsilikatglas mit Stickstoff über dem Quecksilber.

Nun kam das U-Rohr mit der so präparierten Kohle in ein dreiwandiges Weinholdsches Gefäss, das mit filtrierter flüssiger Luft gefüllt war, und dann erst begann das Ueberleiten des Gases. Während dies vor sich ging, wurde über dem Weinholdschen Gefässe, welches durch einen dreimal

1) Schniederjost, Hallenser Diss. 1904, p. 19.

durchbohrten Gummistopfen luftdicht verschlossen war, durch Pumpen der Luftdruck erniedrigt. Zwei der Durchbohrungen in dem Gummistopfen dienten dazu, die Ansätze des U-Rohres mit der Kohle luftdicht hindurchzuführen, während die dritte durch eine Glasröhre die Verbindung mit einer zweistiefeligen Oelpumpe mit Elektromotorbetrieb herstellte. Die Pumpe arbeitete sehr gut, so dass bei andauerndem Pumpen durch Druckverminderung der Siedepunkt der flüssigen Luft um ein beträchtliches erniedrigt werden konnte. Der übrig bleibende Druck betrug 7 bis 8 cm. Nach $^1/_4$ Stunde wurde die Operation unterbrochen und die Kohle aufs neue ausgeglüht, worauf das Gas wieder mehrere Male aus der einen Pipette in die andere gedrückt und in der angegebenen Weise behandelt wurde.

Die spektralanalytische Untersuchung des so gewonnenen Heliums zeigte, dass das Gas rein war bis auf ganz schwache Lichtschimmer im grünen Teile des Spektrums, die aber nur an der Kathode sichtbar waren. Ihre Herkunft konnte nicht festgestellt werden.

Herr Lonius führte eine Doppelwägung dieses Gases auf der genauen, mit Spiegelablesung versehenen Wage des Institutes aus. Näheres über diese Wage und ihre Aufstellung ist von Herrn Geh. Regierungsrat Prof. Dr. Dorn angegeben worden.[1]) Die Dichte des Heliums war

$$\rho = 1{,}979, \text{ bezogen auf } O = 16.$$

Sie ist also etwas kleiner als 1,98; die Differenz liegt jedoch innerhalb der Beobachtungsfehler.

---

1) Physikal. Ztschr. 4, 1903; p. 530.

Der Apparat und die Versuchsmethode.

Die Bestimmung des Reibungskoeffizienten geschah, wie schon gesagt, nach der Transpirationsmethode. Der Apparat, der mir zur Verfügung stand, ist derselbe, den schon H. Schultze, H. Markowski, F. Kleint, P. Tänzler und F. Schierloh zu ihren Versuchen benutzten. Eine genaue Beschreibung findet sich in Wied. Ann. 5 (1901), pag. 141—145.

1. Der Thermostat.

Zur Ausführung der Reibungsversuche bei tiefen Temperaturen musste der Apparat abgeändert werden. Von den früheren Untersuchungen her besass er in der Mitte eine Siedevorrichtung aus hartgelötetem Kupferblech. Dieses Mittelstück wurde samt der Kapillarröhre herausgeschnitten und durch einen Thermostaten für tiefe Temperaturen ersetzt. Hierzu diente ein zylindrisches, versilbertes Weinholdsches Vakuumgefäss von 35 cm Höhe und 9 cm innerem Durchmesser. Es hatte einen soliden Holzfuss und war so aufgestellt und befestigt, dass es sowohl vorwärts und rückwärts als auch nach oben und unten leicht bewegt werden konnte. An zwei gegenüberliegenden Stellen des Gefässes fehlte die Versilberung von oben bis unten, wodurch zwei fingerbreite vertikal verlaufende Streifen entstanden, welche gestatteten, die Vorgänge im Innern des Gefässes zu beobachten und die Thermometer abzulesen, ohne sie zu heben.

2. Die Kapillare.

Die Kapillare, welche zur Verwendung kam, war aus einer grossen Anzahl Glasröhren durch mikroskopische

Messung und Kalibrieren mit Quecksilberfäden ausgewählt worden. Sie hatte einen kreisrunden Querschnitt und war fast zylindrisch. Radius und Länge betrugen:

$$R = 0{,}008059 \text{ cm},$$
$$L = 98{,}00 \text{ cm}.$$

Nach O. E. Meyers Versuchen[1]) soll für gewöhnliche und höhere Temperaturen

$$\frac{L}{2R} > \frac{3000}{1}$$

sein, damit das Poiseuillesche Gesetz sicher gilt. In unserem Falle ist

$$\frac{L}{2R} = 6080,$$

so dass auch noch bei den tiefen Temperaturen, wo der Reibungskoeffizient abnimmt, das Poiseuillesche Gesetz erfüllt sein wird.

Damit das Gas in dem Temperaturbade möglichst lange verweilte, wurde die Kapillare in eine Spirale von 6 Windungen gelegt und ausserdem mit einem Ansatzrohre aus Glas versehen, welches auf der einen Seite zweimal, auf der anderen Seite dreimal gebogen war (Fig. 2). So war für gute Vorkühlung gesorgt. Es kamen im ganzen 256 cm Rohr zur Verwendung.

3. Die Temperaturbäder.

Für die Versuche bei Zimmertemperatur wurde das Weinholdsche Gefäss schon am Tage vorher mit Leitungswasser gefüllt, welches dann am Versuchstage eine gleichmässige Temperatur angenommen hatte und auch beibehielt. Die Temperatur -79^0 wurde durch ein Gemisch von Kohlen-

1) Pogg. Ann., Bd. 148 (1873). p. 44.

säureschnee und absolutem Alkohol hergestellt. Dies geschah in der Weise, dass das Weinholdsche Gefäss zum vierten Teile mit Alkohol gefüllt wurde, in welchen dann fein verteilte feste Kohlensäure kam, wobei ständig mit einem Holzlöffel gerührt wurde, damit sich keine Klumpen bilden konnten. Die feste Kohlensäure ist auf die übliche Weise aus Kohlensäure-Bomben gewonnen worden; um sie fein zu verteilen, wurde sie auf ein wollenes Tuch geschüttet und mit einem Holzlöffel zerkleinert. Das Vermischen mit Alkohol geschah allmählich. Es wurde abwechselnd Alkohol und Kohlensäureschnee in das Gefäss gegeben, bis es fast ganz mit einem Breie angefüllt war, der das Aussehen von heissem Stärkekleister hatte. Um die Mischung auf konstanter Temperatur zu halten, kam ein Schraubenrührer zur Anwendung. Er bestand aus einem Spiralbohrer, wie sie für Holzbohrungen benutzt werden, und befand sich in einem Messingrohre, in welchem er sich leicht drehen konnte. Unten hatte diese Hülse ein Loch zum Ansaugen des Breies und oben, auf der Seite, eine zweite Oeffnung, um ihn wieder austreten zu lassen. Die Höhe der verwendeten Schraube betrug 12,5 cm, die Windungen hatten einen Abstand von 2,5 cm und einen Durchmesser von 2,3 cm. Am oberen Ende trug der Bohrer eine Holzscheibe von 11 cm Durchmesser mit einem Schnurlaufe. Durch ein festes Seil war der Rührer mit einem Elektromotor verbunden, der abseits auf einem besonderen Tische stand, so dass jede Erschütterung des Apparates vermieden war. Während der ganzen Versuchsdauer wurde der Rührer in Bewegung gehalten, wodurch erreicht wurde, dass die Temperatur konstant blieb. Auch bei den Beobachtungen, die bei der Temperatur der flüssigen Luft ausgeführt sind, kam der Rührer zur Anwendung und bewährte sich auch hier sehr gut.

Um die Temperatur von — 50° zu erreichen, liess ich das Gemisch aus Alkohol und Kohlensäureschnee längere Zeit stehn, bis es sich genügend erwärmt hatte. Dies ging zuletzt ziemlich schnell vor sich, so dass schon während der kurzen Versuchsdauer von 20 Minuten die Temperatur stark zunahm. Nach längerer Uebung gelang es aber auch in diesem Falle, eine konstante Temperatur zu erzeugen, indem in genau ausprobierten Zeitabschnitten kleine Quantitäten fester Kohlensäure zugeworfen wurden, welche der Rührer sofort verteilte. Das Thermometer zeigte in verschiedenen Höhen in dem Thermostaten dieselbe Temperatur an, woraus zu ersehen war, dass keine Strömungen ungünstig auf das Resultat wirken konnten.

Die Temperatur von — 95°, bei der ebenfalls Versuche angestellt worden sind, liess sich leicht erzeugen, indem zu dem Gemische von — 79° von Zeit zu Zeit einige Tropfen flüssige Luft gegeben wurden.

Um die Temperatur von — 193° zu erhalten, kam nur flüssige Luft zur Verwendung.

4. Messung der Temperaturen.

Zum Messen der Temperaturen der Wasserbäder dienten in Zentelgrade geteilte und korrigierte Quecksilberthermometer. Die tiefen Temperaturen wurden mit einem Pentanthermometer gemessen, welches vor längerer Zeit in der physikalisch-technischen Reichsanstalt geeicht war, zu Anfang der Versuche mit einem Platinwiderstandsthermometer verglichen und nach Abschluss der Beobachtungen noch einmal in der physikalisch-technischen Reichsanstalt geprüft wurde.

Vor Beginn der Versuche wurde der Apparat samt dem Quecksilber sorgfältig gereinigt, die Hähne wurden gesäubert und neu eingefettet und die Kittungen aus Siegellack und Klebwachs erneuert. Das Zusammenblasen der Glasteile geschah unter Benutzung eines Chlorcalciumrohres, die einzelnen Teile sind vorher nach einem von der physikalisch-technischen Reichsanstalt angegebenen Rezepte[1]) gereinigt worden. Um den Apparat zu trocknen, wurde er mehrmals mit trockener Luft gespült und mit der Quecksilberluftpumpe unter Vorlegen eines Phosphorpentoxydrohres scharf evakuiert. Durch längeres Stehnlassen bei Unter- sowie Ueberdruck sind alle Teile auf Dichtigkeit geprüft worden.

Die Temperatur der Wasserbäder wurde zu Anfang und zu Ende eines jeden Versuches abgelesen, die des Thermostaten von zwei zu zwei Minuten.

Zur Messung der Zeit diente ein halbe Sekunden schlagendes Chronometer.

Die Quecksilber-Wassermanometer[2]) wurden durch Vergleichen mit einem Quecksilbermanometer geeicht; zur Messung der Höhendifferenz der Kuppen kam ein Kathetometer zur Anwendung, dessen Nonius $^1/_{100}$ mm gab. Nach mehreren Versuchen, die ziemlich rasch aufeinander folgten, wurde die Graduierung der Manometer kontrolliert, wobei sich keine Differenzen zeigten. Für eine neue Versuchsreihe, die bei einer anderen Zimmertemperatur gemacht wurde, sind auch die Manometer neu geeicht worden.

Für das Konstanthalten des Druckes am zweiten Manometer bin ich Herrn cand. math. Kopsch zu grossem Danke verpflichtet.

1) Zeitschr. f. Instrumentenkunde (1896). p. 143.
2) S. Tafel I in Wied. Ann. 5. 1901.

Berechnung der Versuche.

Die Berechnung der unkorrigierten Werte $\eta' \cdot 10^7$ geschah nach der von H. Schultze[1]) im Anschluss an O. E. Meyer[2]) angegebenen Formel:

$$\eta'_{abs} = \pi \cdot t \frac{[p_1 (2P + p_1) - p_2 (2P + p_2)] g \cdot 13{,}5957}{2 (P + p_1)} \cdot \frac{13{,}5957 (1 + \alpha T)}{8 \cdot M \cdot (1 + 0{,}000181\, T) (1 + \alpha T')} \cdot \frac{R^4}{L}.$$

Hierin bedeutet:

η' den unkorrigierten Reibungskoeffizienten in absolutem Maße, wenn alle übrigen Grössen in cm, gr und sec. ausgedrückt sind,

t die Dauer des Versuches,

P den korrigierten Barometerstand,

p_1 und p_2 die durch die Manometer angezeigten Drucke,

g die Schwerebeschleunigung; für Halle 981,14,

T die Temperatur des Wasserbades der Füllkugeln[3]),

T' die Temperatur der Kapillare,

M die Masse der dem verdrängten Gasvolumen äquivalenten Quecksilbermenge,

R den Radius der Kapillare,

L die Länge der Kapillare.

Durch das Biegen änderte sich der Durchmesser der Kapillare, so dass der Ausdruck $\frac{R^4}{L}$ nicht aus den angestellten und auf Seite 11 mitgeteilten Messungen berechnet werden

1) Ann. d. Phys. 5 (1901). p. 154.
2) Pogg. Ann. Bd. 127 (1866). p. 263 ff.
3) S. Tafel I in Ann. d. Phys. 5 (1901).

konnte. Es liess sich aber durch Versuche ein Wert für $\frac{R^4}{L}$ finden, der dieser Veränderung der Dimensionen Rechnung trägt und als „reziproker Widerstand“ der Röhre $\left(\frac{1}{\Sigma \frac{l}{r^4}}\right)$ aufgefasst werden kann; man nimmt dabei an, dass für die kleine Länge l der Radius r konstant ist.

Diese Versuche sind mit atmosphärischer Luft angestellt worden, welche dem Garten des Instituts mittels eines Bleirohres entnommen war und durch konzentrierte Schwefelsäure, über Natronkalk und Phosphorpentoxyd ging. War der Apparat genügend mit Luft gefüllt, so wurde in dem Kühlgefässe eine Temperatur erzeugt, bei der bereits genaue Bestimmungen von η' für Luft vorlagen. Sie sind von P. Tänzler[1]) und F. Schierloh[2]) mit dem Apparate in seiner alten Form angestellt worden. Die Werte für t, T, p_1 und p_2 usw. gab der Apparat, wie er jetzt war, so dass also in der Formel auf Seite 15 alle Grössen bis auf $\frac{R^4}{L}$ bekannt waren. Es liess sich demnach auf diesem indirekten Wege ein Wert für den Faktor $\frac{R^4}{L}$ finden.

Die Ergebnisse der Versuche sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Richtung	T'	$\eta' \cdot 10^7$ nach fremden Beobachtungen	$\frac{R^4}{L} 10^{15}$
R	12,4	1789; Schierloh p. 24	39 703
L	12,6	1793; Tänzler p. 20	39 886
R	16,8	1812; Schierloh p. 25	39 775
	14,0		39 788

1) Hallenser Diss. 1908. p. 20.
2) A. a. O. p. 24.

Der so gefundene Wert für $\frac{R^4}{L}$ ist selbst wieder von der Temperatur abhängig. Er ist bei 14^0 gleich $39788 \cdot 10^{-15}$ und muss für die von mir benutzten Temperaturen entsprechend korrigiert werden.

Ueber den Ausdehnungskoeffizienten von Glas zwischen 0^0 und 100^0, 0^0 und 200^0, 0^0 und 300^0 liegen genaue Beobachtungen von Dulong und Petit[1]) vor. Sie fanden für den mittleren kubischen Ausdehnungskoeffizienten des Glases

$$3\beta = 0{,}0000258 \text{ von } 0^0 \text{ bis } 100^0$$
$$3\beta = \quad 275 \quad \text{,,} \quad 0^0 \quad \text{,,} \quad 200^0$$
$$3\beta = \quad 304 \quad \text{,,} \quad 0^0 \quad \text{,,} \quad 300^0$$

Stellt man[2]) diese Werte durch eine Funktion der Temperatur dar, so erhält man mit Anwendung von zwei Konstanten den Ausdruck

$$3\beta_{0/t} = 0{,}0000251 + 10^{-11} \cdot 6 \cdot t^2.$$

Diese Formel gestattet, auch für tiefe Temperaturen die Veränderung des Glases zu berücksichtigen.

Es ist

$$3\beta = 0{,}0000248 \text{ von } 0^0 \text{ bis } -50^0$$
$$3\beta = \quad 244 \quad \text{,,} \quad 0^0 \quad \text{,,} \quad -100^0$$
$$3\beta = \quad 227 \quad \text{,,} \quad 0^0 \quad \text{,,} \quad -200^0.$$

Aus den spärlichen Angaben über andere Glassorten erhält man Werte, welche für die vorliegende Aufgabe keinen merklichen Unterschied bedingen.[3])

Nun ist eine Korrektion des Ausdruckes $\frac{R^4}{L}$ möglich. Für 14^0 ist $\frac{R^4}{L} = 39788 \cdot 10^{-15}$.

---

1) Ann. de chim. et de phys. VII. p. 113.
2) Winkelmann, Handbuch d. Phys. II 2; (1896) p. 48.
3) Vgl. Diss. Kopsch, Halle 1909.

Demnach ist

$$\left(\frac{R^4}{L}\right)_{0^0} = \left(\frac{R^4}{L}\right)_{14{,}0} \cdot \frac{1}{1 + 3\beta \cdot 14} \text{ und}$$

$$\left(\frac{R^4}{L}\right)_{-t^0} = \left(\frac{R^4}{L}\right)_0 \left| 1 + 3\beta(-t) \right|.$$

Die Rechnung ergab folgende Werte für $\frac{R^4}{L}$.

T	$\frac{R^4}{L} \cdot 10^{15}$
18°	39 792
14°	39 788
0°	39 774
— 50°	39 724
— 61°	39 714
— 78°	39 698
— 79°	39 697
— 96°	39 681
— 193°	39 599

Nun konnte η' berechnet werden. Zur Berücksichtigung der Gleitung ist η' noch mit $\left(1 + \frac{+\zeta}{R}\right)$ zu multiplizieren, wobei ζ der Gleitungskoeffizient ist.

Ueber den Gleitungskoeffizienten ζ bei tiefen Temperaturen liegen keine Untersuchungen vor, ich habe ihn deshalb der Theorie entnommen.

Nach ihr ist der Gleitungskoeffizient proportional der molekularen Weglänge, und diese selbst ist gegeben durch Versuche, die ohne Rücksicht auf die Gleitung berechnet sind.

Es sei ρ die Dichte,

L die mittlere Weglänge einer Luftmolekel,

Ω der Mittelwert der molekularen Geschwindigkeit,

dann ist

$$\eta_0 = 0{,}30967 \; \rho_0 \; L_0 \; \Omega_0.^{1})$$

Obwohl nun die atmosphärische Luft aus verschiedenartigen Molekeln zusammengesetzt ist, welche verschiedene Geschwindigkeiten besitzen und ungleiche Weglänge erreichen, so darf man doch wohl von einer mittleren Geschwindigkeit derselben sprechen und die theoretischen Ergebnisse auch für Luft anwenden.

Bezieht sich nun Index 1 auf Zimmertemperatur und Index 2 auf die Temperatur, für welche man den Gleitungskoeffizienten berechnen will, so ist

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{L_2}{L_1} \frac{\Omega_2}{\Omega_1}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1 + \alpha T_1}{1 + \alpha T_2} \cdot \frac{p_2}{p_1}$$

$$\frac{\Omega_2}{\Omega_1} = \frac{\sqrt{1 + \alpha T_2}}{\sqrt{1 + \alpha T_1}}, \text{ also}$$

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{\zeta_2}{\zeta_1}$$

$$\zeta_2 = \zeta_1 \cdot \frac{\sqrt{1 + \alpha T_1}\,(1 + \alpha T_2)\, p_1\, \eta_2}{\sqrt{1 + \alpha T_2}\,(1 + \alpha T_1)\, p_2\, \eta_1} = \zeta_1 \cdot \frac{\sqrt{1 + \alpha T_2}}{\sqrt{1 + \alpha T_1}} \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{\eta_2}{\eta_1}.$$

Für ζ_1 wurde der von Kundt und Warburg aus Schwingungsbeobachtungen[2]) gefundene Wert angesetzt:

$$\zeta_{p_1} = 0{,}000010 \frac{76}{p_1} \text{ cm},$$

so dass endlich ist

$$\zeta_2 = 0{,}000010 \frac{76}{p_2} \frac{\sqrt{1 + \alpha T_2}}{\sqrt{1 + \alpha T_1}} \cdot \frac{\eta_2}{\eta_1}.$$

---

1) O. E. Meyer, Kinetische Theorie der Gase, 2. Aufl. p. 189.

2) Pogg. Ann. 1875, Bd. 155. p. 540.

Hierbei ist p_2 in cm Quecksilber auszudrücken und wird nach Warburg[1]) mittels folgender Annäherungsformel bestimmt:

$$p = \frac{P_0}{1 + \frac{P_0 - p_0}{P_0}}, \text{ wobei}$$

$$p_0 = P + p_1 \text{ resp. } P + p_2$$
$$P_0 = P + p_2 \quad „ \quad P + p_1.$$

Führt man die Rechnung für die verschiedenen Temperaturen aus, so ergibt sich für den Gleitungskoeffizienten

t	ζ
bei $-49{,}7$	$0{,}0_5\,668$
„ $-77{,}5$	556
„ $-78{,}9$	555
„ $-95{,}9$	483

Da auch für Helium noch keine Bestimmung der Gleitungskoeffizienten vorliegt, ist auch bei diesem Gase ζ_2 berechnet worden nach der auf Seite 19 angegebenen Formel

$$\zeta_2 = \zeta_1 \cdot \frac{76}{p_2} \cdot \frac{\sqrt{1 + \alpha T_2}}{\sqrt{1 + \alpha T_1}} \cdot \frac{\eta_2}{\eta_1}.$$

Der Index 1 bezieht sich wieder auf Zimmertemperatur; für p_2 gilt das oben Gesagte.

Ehe ζ_2 in dieser Weise berechnet werden konnte, musste ζ_1 gefunden werden.

Ich habe aus Schierlohs Angaben[2]) über den Reibungskoeffizienten des He bei Zimmertemperatur den Gleitungskoeffizienten berechnet und fand

$$\zeta_{18{,}7} = 0{,}0000267.$$

1) Pogg. Ann. 1876, Bd. 159. p. 400.
2) A. a. O. p. 28.

Wurde dieser Wert in die Formel Seite 20 eingesetzt, so liess sich ζ für alle Temperaturen berechnen.

Die Rechnung ergab:

	t	ζ
bei	— 60,9	0,04175
„	— 78,5	159
„	— 193,2	061

Mit Hilfe der so gewonnenen Werte für den Gleitungskoeffizienten ist aus dem Mittelwerte γ_1' jeder Versuchsreihe der Wert für den Reibungskoeffizienten η berechnet worden.[1])

Versuche mit atmosphärischer Luft.

Im folgenden sind die Versuche mit Luft zusammengestellt; R bedeutet, dass die Luft von rechts nach links durch den Apparat ging, L zeigt den umgekehrten Weg an. Im ersten Falle gelten die Ueberdrucke p_1 und p_2, im letzten Falle (p_2) und (p_1). Die Bedeutung der übrigen Grössen ist aus Seite 15 ersichtlich.

	T'	T	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$	$\eta \cdot 10^7$
R	— 50,6	14,5	14,053	4,236	75,647	1260	291,67	1470	
R	— 50,1	15,6	»	»	75,660	1200	279,17	1464	
L	— 49,1	16,4	»	»	75,700	1200	278,77	1464	
R	— 50,3	13,4	»	»	75,562	1200	275,92	1472	
L	— 49,3	13,8	»	»	75,535	1200	277,17	1460	
R	— 49,2	14,3	»	»	75,498	1200	277,22	1462	
L	— 49,0	14,9	»	»	75,464	1200	276,77	1466	
	— 49,66		14,053	4,236	75,581			1465	1470

1) Vergl. auch Seite 28 und 29.

	T'	T	$p_1\,(p_2)$	$p_2\,(p_1)$	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$	$\eta \cdot 10^7$
L	— 78,6	15,3	14,053	4,236	75,388	900	263,52	1326	
R	— 76,2	16,25	»	»	75,052	»	259,47	1334	
L	— 76,6	16,0	»	»	75,025	»	261,52	1325	
R	— 77,2	15,3	»	»	74,993	»	262,57	1321	
L	— 78,2	15,1	»	»	75,373	»	264,27	1319	
R	— 78,3	15,0	»	»	75,383	»	264,27	1319	
	— 77,5		14,053	4,236	75,202			1326	1330

	T'	T	$p_1\,(p_2)$	$p_2\,(p_1)$	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$	$\eta \cdot 10^7$
L	— 78,8	16,3	14,182	4,045	76,175	900	275,57	1313	
R	— 79,2	16,7	»	»	75,990	960	294,97	1313	
L	— 78,6	17,2	»	»	75,967	900	277,37	1307	
R	— 79,0	15,5	»	»	76,258	»	277,17	1303	
L	— 78,8	17,8	»	»	75,913	»	277,17	1312	
	— 78,9		14,182	4,045	76,061			1310	1314

	T'	T	$p_1\,(p_2)$	$p_2\,(p_1)$	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$	$\eta \cdot 10^7$
R	— 94,3	14,6	14,053	4,236	76,097	600	210,47	1202	
L	— 97,6	15,2	»	»	76,109	780	278,97	1190	
	— 95,9		14,053	4,236	76,103			1196	1200

Erwähnt sei noch, dass der Apparat wiederholt durch Luftversuche auf seine Brauchbarkeit hin geprüft wurde;

Kontrollversuche, die im Anschluss an die eben aufgeführten Versuche gemacht wurden, ergaben für Luft:

$$\eta_{15,3} = 1812 \cdot 10^{-7}.$$

Um die Beobachtungen über innere Reibung von Gasen auszudrücken, hat Sutherland[1]) die Formel

$$\eta_\vartheta = \eta_0 \cdot \frac{1 + \alpha C}{1 + \frac{C}{\vartheta}} \sqrt{1 + \alpha \vartheta}$$

aufgestellt, in der

ϑ die betreffende Temperatur nach Celsius und

θ die absolute Temperatur bedeutet.

C ist ein Maß für die Kohäsion des gasförmigen Mediums und wird von Sutherland für Luft $= 113$ angegeben.

Diese Formel hat sich als recht brauchbar gezeigt; denn sie stellt nicht nur, wie Schultze, Tänzler und Schierloh nachgewiesen haben, den Verlauf der inneren Reibung der Luft bis zum Siedepunkt des Wassers dar, sondern gibt auch bis zur Temperatur -96^0 die Veränderung des Reibungskoeffizienten gut wieder.

Um dies zu zeigen, stelle ich den von mir beobachteten Werten von η die nach der oben angegebenen Formel von Sutherland berechneten gegenüber. Damit aber die Berechnung von η nach der Formel

$$\eta_\vartheta = \eta_0 \frac{1 + \alpha C}{1 + \frac{C}{\vartheta}} \sqrt{1 + \alpha \vartheta}$$

möglich ist, muss η_0 bekannt sein. O. E. Meyer[2]) gibt aus einer Anzahl älterer Beobachtungen einen Mittelwert für η_0

1) Phil. Mag. 1893. 5 Ser. Vol. 36. p. 507.
2) A. a. O. p. 190.

an, bezogen auf Zentimeter, auf die Dichtigkeit des Wassers und auf die Zeitsekunde als Einheiten, und findet

$$\eta_0 = 0{,}000172.$$

Ich habe aus den genauen Untersuchungen von Tänzler[1]) einen anderen Wert berechnet, und zwar

$$\eta_0 = 0{,}0001736.$$

Setzt man diese Grösse in die Formel von Sutherland ein, so ergeben sich folgende Werte für den Reibungskoeffizienten, die ich den von mir beobachteten gegenüberstelle.

η	Beobachtet	Berechnet nach der Formel von Sutherland	Nach Chellas Beobachtungen
− 49,7°	$1470 \cdot 10^{-7}$	$1472 \cdot 10^{-7}$	$145 \cdot 10^{-6}$
— 77,5°	$1330 \cdot 10^{-7}$	$1315 \cdot 10^{-7}$	$113 \cdot 10^{-6}$
— 78,9°	$1314 \cdot 10^{-7}$	$1308 \cdot 10^{-7}$	$109 \cdot 10^{-6}$
— 95,9°	$1200 \cdot 10^{-7}$	$1206 \cdot 10^{-7}$	$91 \cdot 10^{-6}$

In der dritten Spalte stehn die entsprechenden Werte nach den Untersuchungen von Chella. Er hat zwar bei etwas anderen Temperaturen beobachtet, ich habe aber aus der Kurve, durch die er in seiner Arbeit den Gang der inneren Reibung der Luft wiedergibt, die Werte abgelesen, welche den von mir benutzten Temperaturen entsprechen, und zum Vergleiche herangezogen. Chella hat auch einige Versuche zwischen + 21° und + 8° angestellt. Von den sechs Versuchsreihen, die er mitteilt, habe ich eine beliebig herausgegriffen und der besseren Uebersicht halber graphisch dargestellt (Tafel 1).

1) A. a. O. p. 20.

Frühere Arbeiten, z. B. von O. E. Meyer, Puluj, Schumann u. a., hatten bereits gelehrt, dass die Schwingungsmethode den Reibungskoeffizienten schneller mit der Temperatur wachsen lässt, als die Transpirationsmethode. Auch der Schwingungsapparat Chellas ist von diesem Fehler nicht frei.

Versuche mit Helium.

Das nach der früher beschriebenen Methode dargestellte Helium wurde in einer Pipette nach Salet im Ueberdruck aufbewahrt und später in den Apparat gedrückt, wobei Pipette und Reibungsapparat durch Verblasen aneinander geschlossen waren. Vorher ist der Apparat mehrere Wochen lang auf Dichte geprüft worden. Das Gas stand stets im Ueberdruck.

In den folgenden Tabellen sind die Versuchsergebnisse zusammengestellt.

	T'	T	p_1 (p_2)	p_2 (p_1)	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$	$\eta \cdot 10^7$
R	17,7	19,3	12,410	3,296	75,859	1800	226,97	1947	
L	17,8	19,5	»	»	75,816	»	228,07	1938	
R	16,7	21,2	»	»	75,747	1860	238,87	1930	
L	18,0	19,8	»	»	75,774	1800	226,97	1948	
	17,6		12,410	3,296	75,799			1941	1967

	T'	T	$p_1\,(p_2)$	$p_2\,(p_1)$	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$	$\eta \cdot 10^7$
L	— 60,3	19,6	12,410	3,296	75,717	1200	254,84	1579	
R	— 61,9	19,5	»	»	75,716	900	194,07	1566	
L	— 60,4	19,9	»	»	75,689	900	191,78	1576	
R	— 61,1	19,8	»	»	75,702	960	205,68	1572	
	— 60,9		12,410	3,296	75,706			1573	1587

	T'	T	$p_1\,(p_2)$	$p_2\,(p_1)$	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$	$\eta \cdot 10^7$
R	— 79,2	19,3	12,410	3,296	75,649	900	221,44	1494	
L	— 79,3	19,4	»	»	75,637	600	147,47	1497	
R	— 77,8	19,6	»	»	75,638	900	218,99	1501	
L	— 78,8	19,7	»	»	75,604	900	221,54	1492	
R	— 78,6	19,7	»	»	75,604	900	221,14	1493	
L	— 78,3	19,9	»	»	75,592	900	221,59	1490	
R	— 78,3	20,0	»	»	75,612	900	221,37	1491	
L	— 78,1	20,0	»	»	75,611	900	220,57	1495	
R	— 78,1	20,0	»	»	75,612	900	221,30	1490	
	— 78,5		12,410	3,296	75,617			1494	1506

	T'	T	$p_1\,(p_2)$	$p_2(p_1)$	P	t	M	$\eta' \cdot 10^7$	$\eta \cdot 10^7$
R	— 193,2	18,9	12,410	3,296	75,774	300	299,79	893,5	
L	— 193,4	19,4	»	»	75,709	»	301,07	893,3	
R	— 193,2	19,4	»	»	75,685	»	301,07	891,1	
L	— 193,1	19,6	»	»	75,689	»	300,22	893,1	
R	— 192,9	19,7	»	»	75,687	»	300,97	888,9	
	— 193,2		12,410	3,296	75,709			892,0	894,7

Aus den Untersuchungen von Schierloh über die Reibung von Helium bei hohen Temperaturen ergibt sich

$$C = 78{,}2$$
$$\eta_0 = 1887 \cdot 10^{-7}.$$

Wurden diese beiden Grössen in die Formel von Sutherland eingesetzt, so stellte sie die Veränderung des Reibungskoeffizienten mit der Temperatur in dem von Schierloh benutzten Intervalle erträglich dar. Auch meine Beobachtungen bei tiefen Temperaturen lassen sich auf diese Weise wiedergeben. Nur bei der Temperatur der flüssigen Luft tritt eine Differenz zwischen dem beobachteten und dem berechneten Werte ein.

Man vergleiche

ϑ	Beobachtet	Berechnet
17,6	$1967 \cdot 10^{-7}$	$1974 \cdot 10^{-7}$
— 60,9	$1587 \cdot 10^{-7}$	$1563 \cdot 10^{-7}$
— 78,5	$1506 \cdot 10^{-7}$	$1460 \cdot 10^{-7}$
—193,2	$894{,}7 \cdot 10^{-7}$	$659 \cdot 10^{-7}$

Auf Tafel I am Schlusse dieser Arbeit habe ich nach den Untersuchungen über Reibung von Gasen, die im physikalischen Institute ausgeführt sind, den Verlauf der inneren Reibung von Luft und Helium graphisch dargestellt, um über ein möglichst grosses Temperaturintervall einen Ueberblick zu haben.

Seit Vollendung dieser Arbeit ist eine Abhandlung von Knudsen über Molekularströmung und innere Reibungsströmung der Gase erschienen[1]), welche diese Verhältnisse etwas anders auffasst.

1) Ann. d. Phys. 6 (1909). Heft 1. p. 75 bis 130.

Knudsen hat die Gleitungserscheinungen genau untersucht und kommt im Laufe seiner Untersuchung zu folgender Formel für den Gleitungskoeffizienten:

$$\zeta = \frac{8\sqrt{2}\cdot\eta'}{3\sqrt{\pi}\sqrt{\rho_1}\cdot p}\cdot\frac{c_1}{c_2}$$

Hierbei bedeutet:

η' den Reibungskoeffizienten ohne Berücksichtigung der Gleitung bei der Temperatur, für welche ζ berechnet werden soll,

ρ_1 das spezifische Gewicht des Gases bei dem Druck 1 Dyne/cm² in bezug auf Wasser,

p den mittleren Druck.

$\frac{c_1}{c_2}$ ist eine reine Zahl und kann, wie aus Knudsens Versuchen hervorgeht, gleich 0,81 gesetzt werden.

Ich habe nach Knudsens empirischer Formel den Gleitungskoeffizienten von Luft und von Helium für verschiedene Temperaturen berechnet; zum Vergleiche stelle ich die so gewonnenen Werte ζ^1 den Werten für ζ gegenüber, wie ich sie in der auf Seite 19 angegebenen Weise erhielt und bei meinen Berechnungen verwertet habe.

Es ist

	t	ζ^1 Knudsen	ζ
für Luft			
bei	— 49,7	$0{,}0_5$ 593	$0{,}0_5$ 668
„	— 77,5	505	556
„	— 95,9	429	483
für Helium	t		
bei	+ 18,7	$0{,}0_4$ 245	$0{,}0_4$ 267
„	— 60,9	170	175
„	— 78,5	155	159
„	— 193,2	059	061

Berechnet man den Reibungskoeffizienten

$$\eta = \eta_i' \left(1 + \frac{4\zeta}{R}\right)$$

mit Hilfe der Knudsenschen Gleitungskoeffizienten, so erhält man Werte, die mit meinen Werten gut übereinstimmen.

Ich führe die Ergebnisse der Rechnung hier an und setze den Wert für η in Klammer, der sich ergibt, wenn man die Gleitung in der üblichen Weise berücksichtigt.[1])

Die Werte stellen sich folgendermaßen:

I. Atmosphärische Luft.

$\eta \cdot 10^7$ bei $-49{,}7 = 1469$ [1470]
„ $-77{,}5 = 1329$ [1330]
„ $-95{,}9 = 1199$ [1200]

II. Helium.

$\eta \cdot 10^7$ bei $+18{,}7 = 1978$ [1980]
„ $-60{,}9 = 1586$ [1587]
„ $-78{,}5 = 1505$ [1506]
„ $-193{,}2 = 894{,}6$ [894,7]

Ein Vergleich lehrt, dass es auf den Reibungskoeffizienten fast ohne Einfluss ist, ob man die Gleitung in der bisher üblichen Weise berücksichtigt oder die empirische Formel Knudsens verwendet. Ich habe deshalb davon abgesehen, an meinen Werten für η nachträglich etwas zu ändern.

---

1) Siehe Seite 19.

Resultate.

1. Der Koeffizient der inneren Reibung ist für Luft und für Helium bei tiefen Temperaturen untersucht worden.

2. Die Sutherlandsche Formel stellt die Veränderung des Reibungskoeffizienten von Luft bis zur Temperaturgrenze -96^0 gut dar.

3. Auch für Helium sind die Reibungskoeffizienten durch diese Formel ausdrückbar. Bei der Temperatur der flüssigen Luft treten Differenzen auf, die auf eine grössere Reibung bei tiefen Temperaturen schliessen lassen, als die Formel sie angibt.

Zum Schlusse ist es mir eine angenehme Pflicht, meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Geh. Regierungsrat Professor Dr. Dorn, für die freundliche Anregung zu dieser Untersuchung und für die ständige Unterstützung bei der Ausführung auch an dieser Stelle meinen ergebensten Dank auszusprechen.

Lebenslauf.

Ich wurde am 15. Juni 1882 zu St. Wendel in der Rheinprovinz geboren. Meine Eltern sind der Bahnhofsvorsteher Johann Schmitt und seine Ehefrau Berta, geb. Gerhard.

Nachdem ich am 3. März 1903 am Grossherzoglichen Realgymnasium zu Darmstadt das Reifezeugnis erlangt hatte, bezog ich die Universität Halle-Wittenberg, um Philosophie, Mathematik und Naturwissenschaften zu studieren. Im Wintersemester 1904/05 hörte ich an der Universität zu Berlin Vorlesungen und kehrte im Sommer 1905 nach Halle zurück, um hier meine Studien fortzusetzen. Am 3. und 4. Mai 1907 bestand ich das Examen pro facultate docendi. Seit Ostern 1908 bin ich Mitglied des Seminarium praeceptorum in den Franckeschen Stiftungen zu Halle a. S.

Während meines Studiums waren meine Lehrer die Herren Professoren und Dozenten:

Abert, Bauch, Brandes, Brüel, Cantor, Dorn, Ebbinghaus †, Fries, Goldschmidt, Kirchhoff †, Klebs, Küster, Medicus, Mez, Paulsen †, Planck, Rawitz, Riehl, Saran,

K. Schmidt, Schottky, F. E. Schulze, Stieda, Strassmann, Stumpf, Taschenberg, Vaihinger, Volhard, Wangerin, Warburg.

Ich versichere sie meines dauernden Dankes.

Halle a. S., im Januar 1909.

Karl Schmitt.

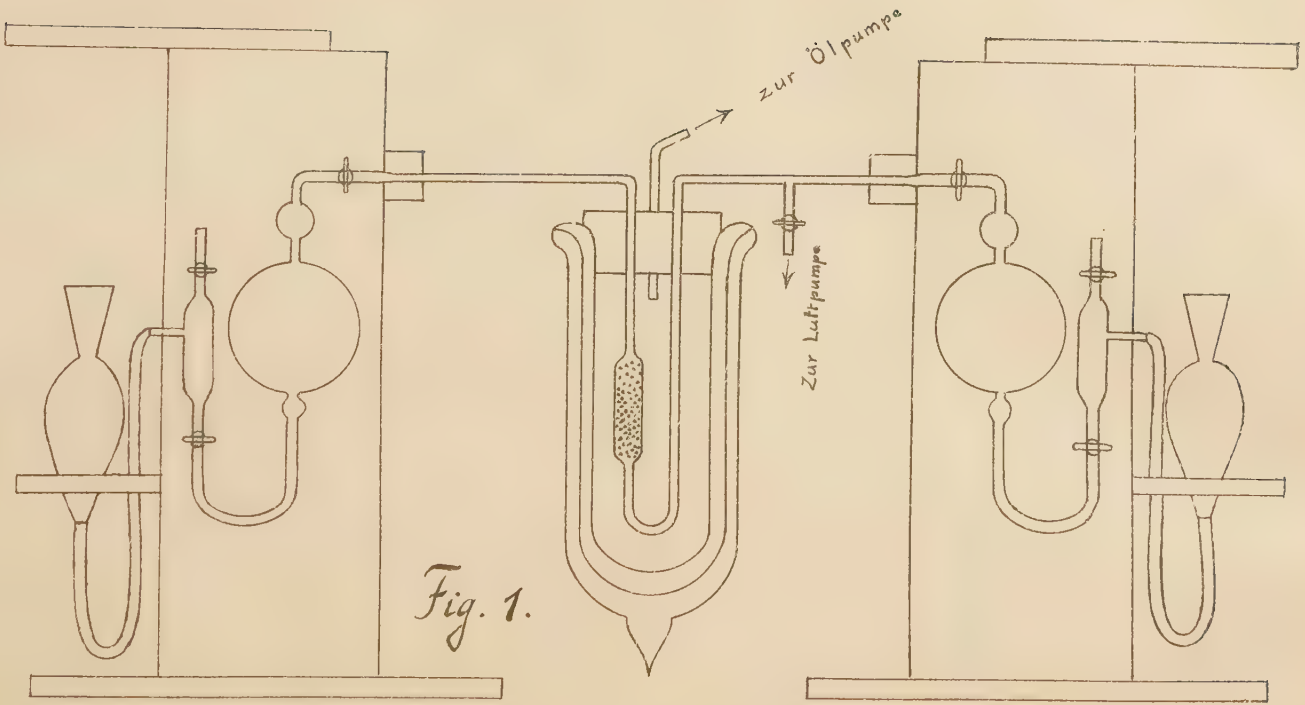


Fig. 1.

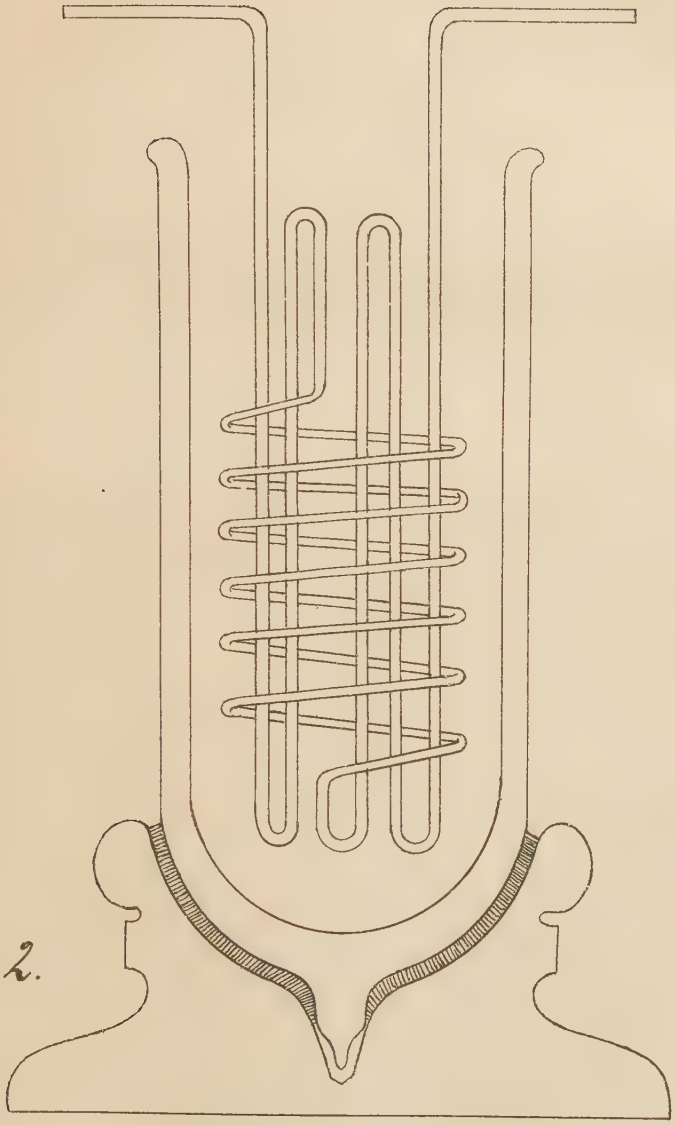
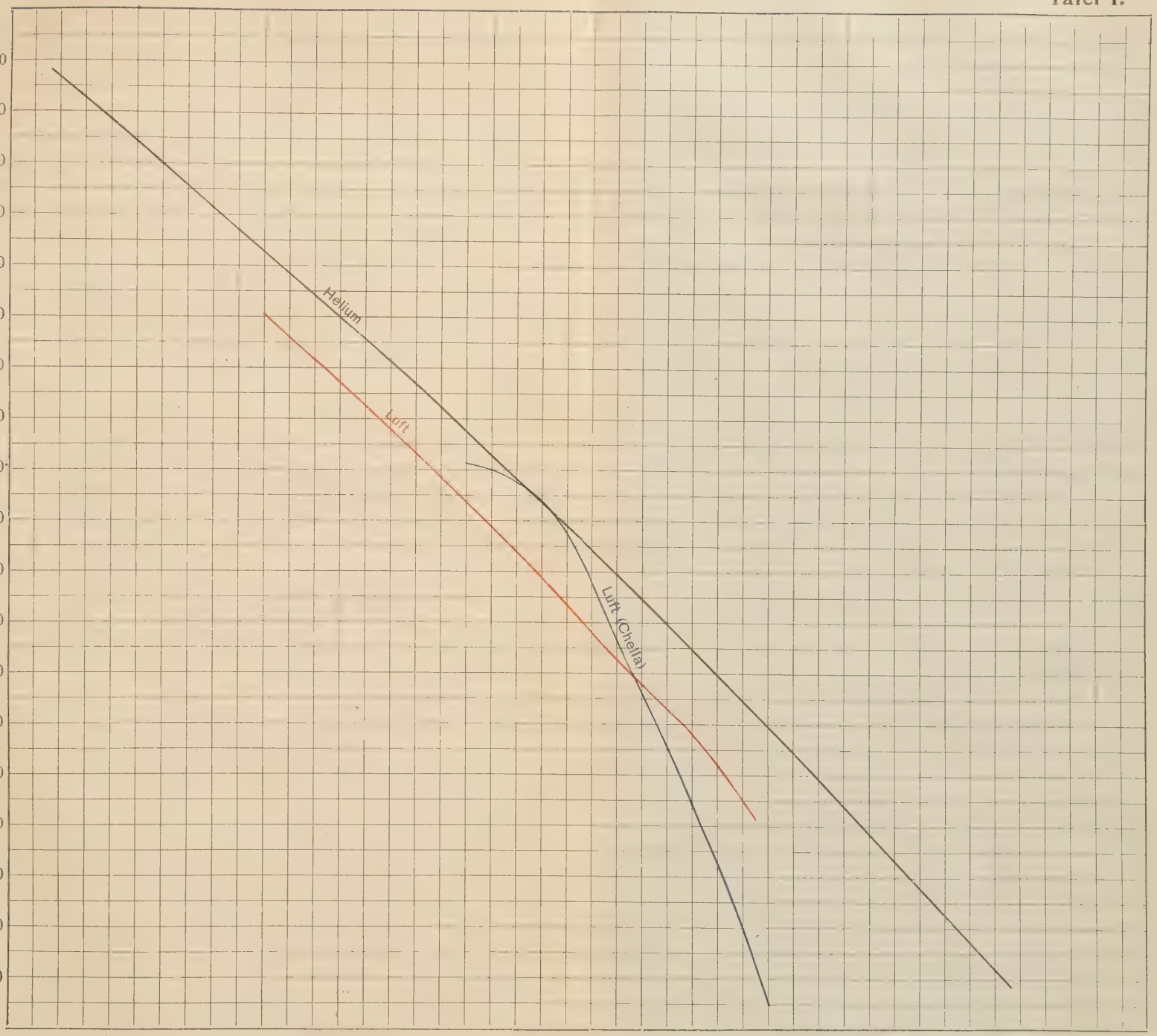


Fig. 2.


2700
2600
2500
2400
2300
2200
2100
2000
1900
1800
1700
1600
1500
1400
1300
1200
1100
1000
900
Helium
Luft
Luft (Cheilla)
$\eta \cdot 10^7$
Temperatur + 200° + 150° + 100° + 50° 0° − 50° − 100° − 150° − 200°